

第29回 ばねの振動

三菱製鋼(株) 下関 正義

問題は共振に在り 世間一般に、ばね設計の実務は、静解析すなわち、ばね定数と強度計算が主で、動解析は脇役との印象が強い。振動絡みですぐに思い付くのは精々、弁ばねとかハードディスクのサスペンションばね位のもので、大方は静解析で済ませているのが実態だろう。

ところが、ばねの使われる環境を考えると、静的な使われ方の方が希少ではないか。ジーンと静止しているだけなら、ばねは不用であって、なんらかの動きがあるから、ばねの存在価値もあるというものだ。

それなのに振動解析が軽視されるのはなぜ？私の独断で言わせてもらうならば、多くの機械が、予め共振を避けて設計されているからである。中にはどうしても共振を回避できない機械もあるし、逆に積極的にこれを利用しようという装置もある。しかし、一般的には、初めからこれを避けた設計になっているのである。

共振とは何か ばねと質量さえあれば、最小限の振動系が成立する。そして振動系には必ず固有振動数がある。この固有振動数が加振周波数に一致すると、共振現象が起こる。

振動の素養がある読者には、これで了解してもらえらるだろうが、そうでない読者をここでは想定しているわけだから、これを噛砕いて説明するのが、私の使命であろう。

水ヨーヨーと呼ぶらしいが、ゴム風船に水を入れ、ゴム紐でこれを縛った素朴な玩具がある。この水ヨーヨーを例にとって振動の説明をしてみたい。

水入りのゴム風船(以下「水玉」と呼ぶ)が「質量」でゴム紐が「ばね」という、1つの振動系として捉えることができる。この場合、加振は人間の手から、ゴム紐の端末に与えられる動きである。

さて手の動きがゆっくりした状態では、水玉もつられて一緒に動く。しかし手の上下動を次第に速めていくと、水玉の運動に遅れが出始め、さらに手のスピードを上げていくと、水玉は益々遅れて、ついに手とは逆の動きになってしまう。つまり手が上にいる時点で水玉は下に、手が下に行くと水玉は上に動く。この状況において、水玉がバシャバシャと激しく手の平に当たるわけだ。これが共振という現象である。

ちなみに、もっと手の上下動を速くすると、水玉の動きは再び静かに落ち着いてくる。現実人間がそこまでスピードを上げるのは、かなり厳しいことではあるが、不可能な話ではない。

共振は必ず存在する ここでゴム紐の伸縮に注目してみよう。手と水玉と一緒に上下している限りは、静的な伸びと殆ど差異がないのだが、加振周波数を上げていくと、それに連れて、ゴム紐の伸縮は大きくなり、伸縮が大きければ、ゴム紐は切れやすくなる。いうまでもないが、ゴム紐をコイルばねに置き換えて考えても同じこと。つまり共振点付近では、ばね折損の危険性が高くなるわけだ。いまま

では水ヨーヨーという単純なモデルで考えたが、どんなに系が複雑になっても原理に変わりはない。重量を持つ弾性体である限り、つまり質量とばねがある限り、そこには共振系が存在する。いかなる振動系であろうとも、その振動系に固有な振動数というものがある。そして外部からの周期的な加振の周波数が、系に固有な振動数に近づくと、必ず共振が発生するのである。

一般的に機械装置の固有振動数は加振周波数よりも高い。そしてまた、ばねは他の機械要素よりも変形し易く、振動系の固有振動数を引き下げる傾向にある。したがってばねを組み込むと、機械の固有振動数は下がり、それだけ加振周波数に近づくことになる。振動系において、ばねは緩衝や防振の効果は絶大ながらも、機械設計者は必ず、ばねを含む振動系の固有振動数をチェックしているはずである。

ばね自体の固有振動 振動系が成立するには、最低限、ばねと質量の2つが不可欠であると述べたが、現実のばねには質量があるのだから、ばね単品でも1つの振動系をなしていることになる。つまりばねそのものに固有な振動数というものがある。

フワフワのコイルばねを想定しよう。ぶら下げると自重で伸びるくらい柔らかいばねならば、このばね1本だけで水ヨーヨーと同じように遊べるわけだ。そういえば、むかし階段を自力で降りるばねの玩具が流行った。これはばねの固有振動と重心移動を上手く組み合わせた面白いオモチャといえるだろう。

固有値とは 振動が問題になる典型的なばねの事例として、弁ばねとハードディスクのサスペンションをあげた。考えてみると、どちらも固有振動の問題である。しかもばね自体の固有振動数さえ理解しておけば、振動に関しては、ひとまず及第と言えそうだ。

ところで固有振動数といつも抱き合わせで論じられるのが、固有モードである。固有振動数とか固有モードという表現は、実は振動学における方言であって、数学ではこれを、固有値と固有ベクトルといい、その応用範囲は広い。

主応力も同じ仲間 話は突然飛ぶが、ばねの強度を論じる際には、主応力が判定基準として不可欠である。この「主応力」も実は弾性学の方言であって、数学的には固有値という事になる。ついでに言えば、その場合の固有ベクトルは、弾性学で「主方向」と呼ばれている。

いずれにせよ固有値は主応力と同じ概念なのだから、主応力さえ理解できていれば、固有振動数もその延長で理解できるはず。そうはいつても結構難解である。これらを包括的に論ずるには、まずテンソルという量を理解する必要がある。そこを数式なしで説明しようというのは至難の業で、とても私の手には負えそうにない。